Aufgabe:

Daß dies eine rein theoretische Berechnung/Betrachtung ohne materielle Grundlage ist, ist bekannt.

Es soll eine Masse (ein Raumschiff) von 10.000 x 10^3 kg von der Erde zum nächstgelegenen Sonnensystem "Alpha Centauri C", 4,2 Lichtjahre entfernt, transportiert werden.
Die positive als auch die negative Beschleunigung soll **1g = 9,91m/s^2** betragen.
Die maximal zu erreichende Geschwindigkeit soll **0,9 x c** sein.
Die zwischen positiver und negativer Beschleunigung liegende Strecke soll im Trägheitsflug (beschleunigungslos) zurückgelegt werden.

Die dazu nötige Energie soll zu 100% aus Masse, also der Einstein- Formel
E = m x **c^2**
gewonnen werden. (Daß dies praktisch nicht möglich ist, wird vernachlässigt)

Die Zeitdilatation ist einzubeziehen.

Wie groß muß die theoretische Startmasse sein?
Wie lange dauern Beschleunigung, trägheitsloser Flug und Bremsung?
Wie lange würde die Reise in Erdenjahren dauern?
Wie lange würde es die hypothetische Besatzung empfinden?

Als Formel für die Zeitdilatation:

$$\boxed{t' = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Als Formel für die Masseänderung:

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

t' ... von der im bewegten System befindlichen Uhr angezeigte Zeit
t ... von den Uhren des Bezugssystems "Erde" angezeigte Zeit
v ... Geschwindigkeit des bewegten Systems "Raumschiff" relativ zum Bezugssystem "Erde"
c ... Vakuum-Lichtgeschwindigkeit
m … relativistische Masse des bewegten Systems
m_0 … Ruhemasse

Probleme:
Die Zeit innerhalb des bewegten Körpers verläuft um so langsamer, je schneller sich der Körper bewegt.
Die Masse des Körpers wird immer größer, je schneller sich der Körper bewegt.
Durch die Umsetzung von Masse in Energie verliert das Raumschiff an Masse – die aber mit steigender Geschwindigkeit auch wieder relativ zunimmt.

Umgekehrt natürlich bei der Bremsung.

1. Distanz Erde –Sonne:

$d= c * t$ (1)

$d= 3 * 10^8$ m/s * 4.2 a *3.1536 *10^7 s/a

$d \sim 4 *10^{16}$ m

2. Beziehungen zu der laut Aufgabe geforderten gleichförmig beschleunigten Bewegung in der Newtonschen Physik :

2.1. Endgeschwindigkeit ve

a = Beschleunigung

$$v_e = \int a * dt$$
$$a = const \quad ---> $$
$$v_e = a * t + v_0 \qquad (2)$$

$$s = \int v * dt = \int a * t * dt --> $$
$$s = \frac{a}{2} * t^2 + s_0$$
$$\text{mit } s_0 = 0 --> $$
$$t = \sqrt{\frac{2 * s}{a}} \qquad (3)$$

$$\text{t in Gleichung: } v = a * t --> $$
$$\text{Endgeschwindigkeit } ve:$$
$$v_e = \sqrt{2 * a * s} \qquad (4)$$

Die Endgeschwindigkeit v_e muss genau bei s= d/2 erreicht sein, denn für das negative Beschleunigen (Abbremsen) wird die gleiche Strecke s= d/2 benötigt.

v_e wird mit s = d/2 größer als die Lichtgeschwindigkeit c, was physikalisch nicht möglich ist. Die Beschleunigung sollte nur bis zu einer Endgeschwindigkeit von v_e= x m/s = 0,9 c wirken.

Danach fliegt das Raumschiff mit konstanter Geschwindigkeit bis zum erforderlichen Abbremspunkt.

3. Gesetze mit der Relativitätstheorie

Wie sich nach den Erkenntnissen von Einstein herausstellte gelten die Newtonschen Gesetze für solch eine Aufgabenstellung nicht mehr.

3.1 Hier gilt für die Endgeschwindigkeit ve:

$$v_e = c*\sqrt{1-e^{-\frac{2ah}{c^2}}}$$

Auch hier gilt: Die Aufgabenstellung ist so unrealistisch, da mit der Höhe h=d/2 und a= 9,81 m/s^2 Æ v_e > c wird.
Also – Beschleunigung nur bis 0,9 c – dann trägheitsloser Flug bis zum Bremspunkt.

3.2 Die relativistische Raketengleichung
Die Ziolkowskische Raketengleichung (im leeren Raum, ohne **Schwerkraft**)

$$v_e = c * \frac{1-\left(\frac{M_e}{M_a}\right)^{\frac{2w}{c}}}{1+\left(\frac{M_e}{M_a}\right)^{\frac{2w}{c}}}$$

Me = Masse zum Zeitpunkt v=ve (Endgeschwindigkeit erreicht, Ende des Verbrennungs-vorganges)
Diese Masse Me ergibt sich zu:
Me = Ruhemasse des Raumschiffes 10 *10^6 kg + $m_{Treibstoff}$
$m_{Treibstoff}$ weil zum Abbremsen nochmals dieselbe Masse benötigt wird

Ma= Gesamte Startmasse
Ma= Ruhemasse des Raumschiffes 10* 10^6 kg + 2* $m_{Treibstoff}$

w= Relativgeschwindigkeit der ausgestoßenen Treibstoffmasse bezogen auf die Rakete.

Daraus entsteht das nächste Problem.
Jetzt muss der relativistische Impulssatz herhalten....
D.h. dh. welche Treibstoff- Masse muss in welcher Zeit ausgestoßen werden, um das Raumschiff relativistisch mit der geforderten Beschleunigung g =9,81m/s^2 zu bewegen.
Zur Erinnerung (klassische Physik: m*dv=F*dt Æ integriert: m*v=F*t)

Das war das Ende meiner Betrachtungen, ...
D.h. die anfänglichen einfachen rel. Gleichungen gelten nicht so , da ein beschleunigtes System vorliegt.